DOI：　　文章编号：　　中图分类号：TM 712　　文献标识码：A

锁相环主导下变流器振荡问题的阻抗分析方法：标称性与鲁棒性

艾力西尔·亚尔买买提 [1]，辛焕海 [1*]，宫泽旭 [1]，马富艺龙 [1]，袁辉 [1]
(1．浙江大学电气工程学院，浙江省 杭州市 310027)

Impedance Analysis Method of Oscillation Issues in Converter Caused by Phase-locked loop：Nominal Performance and Robustness

YAERMAIMAITI Ailixier[1], XIN Huanhai[1*]，GONG Zexu[1], MA Fuyilong[1], YUAN Hui[1]
(1. College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, Zhejiang Province, China)

ABSTRACT: There are many impedance-based methods to analyze the oscillation of grid-connected converter system (GCS) via *dq* frame, sequence frame and polar frame, which can be transformed into each other and are equivalent in judging the stability of the system. However, the discrepancy and adaptation of these methods has not been discussed theoretically. Therefore, the impedance models of GCS are established in above three kinds of coordinates respectively, then the mathematical and physical characteristics of them are analyzed. Secondly, the decoupling of impedance models in different frames are analyzed, and the differences of the impedance criteria in stability analysis and mechanism interpretation are given. Furthermore, the sub-synchronous oscillation caused by the phase-locked loop considering converter four quadrant operation scenario are illustrated, and the existence of open-loop transfer function right half plane poles and its sensitivity to uncertain parameters are analyzed from the nominal performance and robustness of the impedance criteria. On this basis, the adaptation of several impedance criteria of GCS are analyzed. Theoretical analysis and simulations confirm the validity of the proposed conclusion.

KEY WORDS: impedance-based stability criterion; renewable energy; power factor; robustness; nominal performance;

摘要：基于 *dq* 坐标、序坐标和极坐标的阻抗法是研究变流器振荡问题的常用方法，不同阻抗法可相互转化并在判断系统稳定性方面等价，然而它们的差异性和适应性尚待深入探讨。为此，首先在上述三种坐标系分别建立并网系统阻抗模型，并对比分析其数学和物理特征；其次，分析了不同坐标系下阻抗模型的可解耦性，给出了所导出的阻抗判据在主导环节分析和机理解释方面的具体区别。进一步，以锁相环高参与度的次/超同步振荡问题为例，针对变流器四象限运行时的不同场景，分别从阻抗判据的标称性和鲁棒性角度分析了开环传递函数右半平面极点的存在性和对不确定性参数的灵敏性，并在此基础上分析了几种现有阻抗判据的适用场景和条件。最后，利用仿真验证所提结论的有效性。

关键词：阻抗判据；新能源；功率因数；鲁棒性；标称性；

基金项目：国家自然科学基金项目资助(U2166204, U22B6008, 52207140).
Project Supported by National Natural Science Foundation of China (U2166204, U22B6008, 52207140).

0　引言

目前大部分的电力电子并网装备通过锁相环(phase locked loop，PLL)与电网实现同步，但随着新能源装备的大规模渗透，交流电网逐渐变弱，新能源并网系统的小扰动稳定性问题日益突出，且引起的次/超同步振荡逐渐成为制约新能源发展的关键因素之一[1-5]。2009 年美国德州某风场发生的次同步谐振造成多台风机撬棒保护电路损坏[6]、2011年我国新疆哈密发生风电机群参与的严重次同步振荡事故造成特高压直流功率骤降的严重后果[7]，事后的研究表明，PLL 是造成问题的主要原因。

由于新能源设备模型阶数高、且设备控制结构参数往往属于厂家机密，详细建模难以实现，导致基于时域的状态空间法在分析电压源型变流器（voltage-sourced converter，VSC）并网系统的小扰动稳定问题时存在局限。目前工程上往往采用基于频域的阻抗法，通过 VSC 和电网的端口外特性进行稳定性分析，其阻抗模型不仅易于测量，且阻抗建模可将系统划分为网络侧和设备侧，适合解决VSC 与弱电网的耦合问题，故受到了广泛关注[8-9]。

阻抗建模依赖于选取的坐标系，常见的有基于同步旋转坐标系的 *dq* 坐标阻抗模型[10-11]和极坐标阻抗模型[12]，以及静止坐标系下的序阻抗模型[13-14]。不同坐标系下的阻抗矩阵均含有非对角耦合项，为了得到可以简单应用的阻抗判据，目前主要的方法有两种，一种是基于小增益稳定准则导出多输入多输出系统的阻抗判据，如基于禁止域或范数的判据，但这类方法存在一定的保守性[15]。另一种是通过数学变换或物理等值构造单输入单输出（single-input single-output, SISO）模型，进而导出阻抗判据。例如，当 VSC 和负载均运行在单位功率因数工况，

VSC 侧的 dq 阻抗矩阵具有主对角占优的性质，可以忽略非对角耦合项进行稳定性分析[16]。

然而，一些新的并网标准对 VSC 提出了无功需求[17]，因此需考虑 VSC 功率多象限输出运行（后文简称多象限运行）的情况[18]。此时忽略耦合项会导致较大误差，需要采用较复杂的广义奈奎斯特判据（generalized Nyquist criterion，GNC）进行分析[19-20]。为了解决阻抗矩阵耦合导致的稳定分析复杂或存在误差的问题，文献[21]考虑 dq 阻抗模型的非对角耦合项，推导了基于 q 轴电流的稳定判据来分析系统的稳定性。文献[22]给出了 dq 阻抗模型和序阻抗模型的转化关系，并考虑正负序分量间耦合的影响导出了修正的序阻抗判据。文献[23]提出了将 dq 阻抗模型转化到 $\alpha\beta$ 域 SISO 阻抗模型的方法，实现了阻抗模型在 dq 域与 $\alpha\beta$ 域形式上的统一。文献[24]考虑功率因数变化，导出了基于极坐标系的广义阻抗判据，将 VSC 并网系统解耦为 SISO 系统分析。文献[25]探讨了考虑外环动态后基于广义阻抗的系统稳定性分析方法。

上述研究均可以将复杂系统的振荡问题简化为 SISO 系统的问题，为了厘清这些方法的区别，已有研究表明不同稳定判据的适用范围和场景存在差异。针对广义阻抗判据和序阻抗判据，文献[26]从复电路角度阐明了它们的导出机制和振荡物理解释，证明了两种判据表征的稳定裕度在鲁棒性方面存在差异，文献[27]提出了稳定判据的适用性评估方法，阐述了稳定判据的误用可能会导致其在所分析频段内的稳定裕度失效和鲁棒性不足的问题。然而，上述研究均局限在额定工况，当考虑 VSC 多象限运行时，阻抗矩阵耦合加剧将导致阻抗法的稳定分析更为复杂，目前尚未有体系化的量化评估机制分析它们的适用性。

为此，本文将文献[27]中的稳定判据适用性评估方法拓展到 VSC 多象限运行的场景，探讨 dq 坐标、正负序坐标和极坐标阻抗判据的特点和适用性。首先，基于三种坐标系分别构建 VSC 并网系统阻抗模型并导出相应阻抗判据。在此基础上，通过分析不同阻抗判据的耦合特性说明了它们在主导环节分析和机理解释方面的具体区别。其次，以锁相环主导的 VSC 振荡问题为例，分别从开环传递函数的标称性和鲁棒性角度对比了不同阻抗判据的适用性。最后，在 MATLAB /Simulink 中搭建 VSC 并网系统模型，通过仿真验证了上述结论的有效性。研究表明，针对 VSC 多象限运行场景下 PLL 主导的小扰动稳定问题，基于广义阻抗判据进行稳定分析和控制设计适用性更好。

1　变流器多象限运行场景下阻抗判据的适用性问题

1.1　变流器并网系统阻抗模型的构建

考虑图 1 所示由 VSC 和交流电网组成的并网系统，其中 VSC 采用基于 PLL 的双环矢量控制策略，考虑 PLL，外环，电流内环和电压前馈控制环动态。图中 $\mathbf{E}_{abc}$、$\mathbf{V}_{abc}$ 和 $\mathbf{V}^{*}_{abc}$ 分别为无穷大电网、并网公共连接点和 VSC 输出端口三相电压，$\mathbf{I}_{fabc}$ 和 $\mathbf{I}_{gabc}$ 分别为流过滤波电感和线路电感的三相电流。L_f、C_f 和 L_g 分别为滤波电感、滤波电容和线路电感，下标“d ”、“q”表示电气量在 dq 旋转坐标系下的 d 轴和 q 轴分量。如不特别说明，文中的 dq 坐标为全局同步坐标，并假设 VSC 和电网的导纳矩阵都不存在不稳定极点。此外，为简化问题，本文分析过程中首先考虑功率外环控制，VSC 外环采用不同有功/无功控制模式组合的分析在 3.3 节进一步讨论。

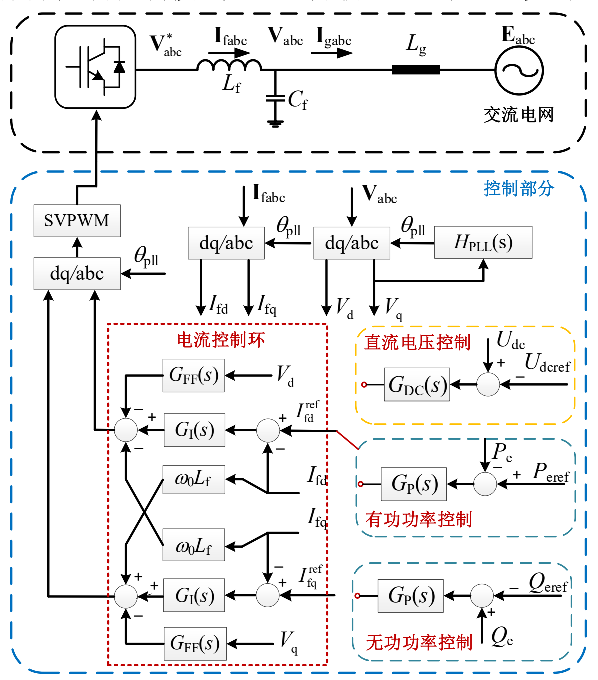


图 1　VSC 控制框图

Fig.1 Diagram of the grid-connected converter

VSC 并网系统的 dq 坐标导纳模型及对应的特征方程为（具体变量推导详见附录 A）

$$\begin{bmatrix}\Delta I_d \\ \Delta I_q\end{bmatrix} = \underbrace{\left(Y_{V2}\begin{bmatrix} I_{d0} & I_{q0} \\ I_{q0} & -I_{d0}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{V1} & -Y_{V3}I_{q0} \\ 0 & Y_{V1}+Y_{V3}I_{d0}\end{bmatrix}\right)}_{\mathbf{Y}_{dq_vsc}} \begin{bmatrix}\Delta V_d \\ \Delta V_q\end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix}\Delta I_d \\ \Delta I_q\end{bmatrix} = \underbrace{\left(\frac{1}{L_g}\mathbf{F}^{-1} + C_f\mathbf{F}\right)}_{\mathbf{Y}_{dq_net}} \left\{\begin{bmatrix}\Delta E_d \\ \Delta E_q\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\Delta V_d \\ \Delta V_q\end{bmatrix}\right\} \quad (2)$$

$$\det\left[\mathbf{Y}_{dq_vsc} + \mathbf{Y}_{dq_net}\right] = \det\begin{bmatrix} Y_{11}^{dq} & Y_{12}^{dq} \\ Y_{21}^{dq} & Y_{22}^{dq}\end{bmatrix} = 0 \quad (3)$$

式中

$$Y_{\mathrm{V1}}=\frac{G_{\mathrm{VF}}(s)}{1+G_{\mathrm{I}}(s)G_{\mathrm{P}}(s)V_0},\quad Y_{\mathrm{V2}}=\frac{G_{\mathrm{I}}(s)G_{\mathrm{P}}(s)}{1+G_{\mathrm{I}}(s)G_{\mathrm{P}}(s)V_0}$$

$$Y_{\mathrm{V3}}=\frac{-G_{\mathrm{PLL}}(s)G_{\mathrm{I}}(s)}{1+G_{\mathrm{I}}(s)G_{\mathrm{P}}(s)V_0},\quad \mathbf{F}=\begin{bmatrix} s & -\omega_0 \\ \omega_0 & s \end{bmatrix}$$

$\mathbf{Y}_{\mathrm{dq_vsc}}$和$\mathbf{Y}_{\mathrm{dq_net}}$分别为VSC和电网的$dq$导纳矩阵，考虑功率外环时认为$G_{\mathrm{AP}}=G_{\mathrm{RP}}=G_{\mathrm{P}}$。

VSC 并网系统的序坐标导纳模型以及对应的特征方程可以表示为

$$\begin{bmatrix}\Delta I_{\mathrm{P}}\\ \Delta I_{\mathrm{N}}\end{bmatrix}=\underbrace{\left(Y_{\mathrm{V1}}\begin{bmatrix}e^{-j\varphi} & 0\\ 0 & e^{j\varphi}\end{bmatrix}+I_0\begin{bmatrix}\frac{Y_{\mathrm{v3}}}{2} & Y_{\mathrm{V2}}-\frac{Y_{\mathrm{v3}}}{2}\\ Y_{\mathrm{V2}}-\frac{Y_{\mathrm{v3}}}{2} & \frac{Y_{\mathrm{v3}}}{2}\end{bmatrix}\right)}_{\mathbf{Y}_{\mathrm{PN_net}}}\begin{bmatrix}\Delta V_{\mathrm{P}}\\ \Delta V_{\mathrm{N}}\end{bmatrix}\tag{4}$$

$$\begin{bmatrix}\Delta I_{\mathrm{N}}\\ \Delta I_{\mathrm{N}}\end{bmatrix}=\underbrace{\begin{pmatrix}e^{-j\varphi}Y_{\mathrm{P}} & 0\\ 0 & e^{j\varphi}Y_{\mathrm{N}}\end{pmatrix}}_{\mathbf{Y}_{\mathrm{PN_net}}}\left\{\begin{bmatrix}\Delta E_{\mathrm{P}}\\ \Delta E_{\mathrm{N}}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\Delta V_{\mathrm{P}}\\ \Delta V_{\mathrm{N}}\end{bmatrix}\right\}\tag{5}$$

$$\det\left[\mathbf{Y}_{\mathrm{PN_vsc}}+\mathbf{Y}_{\mathrm{PN_net}}\right]=\det\begin{bmatrix}Y_{11}^{\mathrm{PN}} & Y_{12}^{\mathrm{PN}}\\ Y_{21}^{\mathrm{PN}} & Y_{22}^{\mathrm{PN}}\end{bmatrix}=0\tag{6}$$

式中：$Y_{\mathrm{P}}=[(s+jw_0)L_{\mathrm{g}}]^{-1}+C_{\mathrm{f}}(s+jw_0)$, $Y_{\mathrm{N}}=[(s\text{-}jw_0)L_{\mathrm{g}}]^{-1}+C_{\mathrm{f}}(s\text{-}jw_0)$, $\mathbf{Y}_{\mathrm{PN}}$为序坐标下的导纳矩阵。

极坐标系下的导纳模型，可以反映电压幅值/相角和电流幅值/相角间的相互作用，且和dq坐标导纳模型间可以相互转化[26]，满足如下关系

$$\mathbf{Y}_{\mathrm{G_vsc}}=\mathbf{P}\mathbf{Y}_{\mathrm{dq_vsc}}\tag{7}$$

$$\mathbf{Y}_{\mathrm{G_net}}=\mathbf{P}\mathbf{Y}_{\mathrm{dq_net}}\tag{8}$$

式中：$\mathbf{P}=\begin{bmatrix}\cos\varphi & \sin\varphi\\ -\sin\varphi & \cos\varphi\end{bmatrix}$，$\varphi$ 表示为电流超前电压的相角，$\mathbf{Y}_{\mathrm{G}}$为极坐标下的导纳矩阵。

VSC 并网系统的极坐标导纳模型以及对应的特征方程可以表示为

$$\begin{bmatrix}\Delta I\\ I\Delta\theta_{\mathrm{I}}\end{bmatrix}=\underbrace{\left(Y_{\mathrm{V1}}\mathbf{P}+I_0\begin{bmatrix}Y_{\mathrm{V2}} & 0\\ 0 & -Y_{\mathrm{V2}}+Y_{\mathrm{V3}}\end{bmatrix}\right)}_{\mathbf{Y}_{\mathrm{G_vsc}}}\begin{bmatrix}\Delta V\\ V\Delta\theta_{\mathrm{V}}\end{bmatrix}\tag{9}$$

$$\begin{bmatrix}\Delta I\\ I\Delta\theta_{\mathrm{I}}\end{bmatrix}=\underbrace{\mathbf{P}\left(\frac{1}{L_{\mathrm{g}}}\mathbf{F}^{-1}+C_{\mathrm{f}}\mathbf{F}\right)}_{\mathbf{Y}_{\mathrm{G_net}}}\left\{\begin{bmatrix}\Delta E\\ E\Delta\theta_{\mathrm{E}}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\Delta V\\ V\Delta\theta_{\mathrm{V}}\end{bmatrix}\right\}\tag{10}$$

$$\det\left[\mathbf{Y}_{\mathrm{G_vsc}}+\mathbf{Y}_{\mathrm{G_net}}\right]=\det\begin{bmatrix}Y_{11}^{\mathrm{G}} & Y_{12}^{\mathrm{G}}\\ Y_{21}^{\mathrm{G}} & Y_{22}^{\mathrm{G}}\end{bmatrix}=0\tag{11}$$

式中：θ_{I}和θ_{V}为极坐标下电流和电压矢量的角度。

1.2　变流器并网系统阻抗模型的结构特征

当 VSC 在多象限运行时，极坐标系下 VSC 并网系统的特征方程为

$$\det\left\{I_0\begin{bmatrix}Y_{\mathrm{V2}} & 0\\ 0 & -Y_{\mathrm{V2}}+Y_{\mathrm{V3}}\end{bmatrix}+Y_{\mathrm{V1}}\mathbf{P}+\mathbf{P}\left(\frac{1}{L_{\mathrm{g}}}\mathbf{F}^{-1}+C_{\mathrm{f}}\mathbf{F}\right)\right\}=0\tag{12}$$

结合Y_{V1}、Y_{V2}和Y_{V3}的频率特性曲线如图 2 所示，在 PLL 参与度高的中低频段，Y_{V2}和Y_{V3}的幅值远大于Y_{V1}。此时$\mathbf{Y}_{\mathrm{G_vsc}}$为主对角占优矩阵，说明极坐标系下设备侧导纳模型在数学上可近似解耦，物理特点为设备的电气量幅值和相角相互解耦。

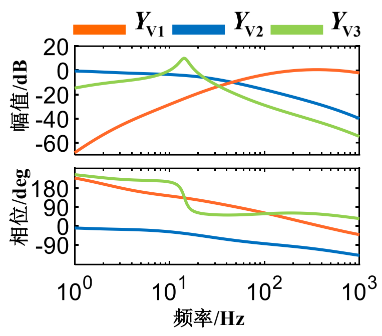


图 2 Y_{V1}、Y_{V2}和Y_{V3}的 Bode 图

Fig.2 Bode diagram of the Y_{V1}、Y_{V2} and Y_{V3}

此外，将(12)中设备侧不含 PLL 动态的传递函数$Y_{\mathrm{V1}}\mathbf{P}$折算到网络侧，则设备侧动态将严格解耦，而网络侧矩阵转化为如下形式

$$\mathbf{Y}_{\mathrm{G_net}}^{'}=\mathbf{P}\left(Y_{\mathrm{V1}}\mathbf{E}+\frac{1}{L_{\mathrm{g}}}\mathbf{F}^{-1}+C_{\mathrm{f}}\mathbf{F}\right)\tag{13}$$

式(13)满足矩阵主对角元素相同，非对角元素相反的结构，因此极坐标系下 VSC 并网系统的特征方程可以表示为，

$$\det\left(\begin{bmatrix}Y_1 & 0\\ 0 & Y_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}a & -b\\ b & a\end{bmatrix}\right)=0\tag{14}$$

式(14)中设备侧为对角阵，网络侧为对称阵。这种特殊结构有利于解决传统阻抗分析方法在中低频段由于阻抗矩阵的非对角耦合项导致的分析复杂或存在较大误差的问题，可以简化稳定分析[12]。

对于dq坐标阻抗模型，结合(1)-(3)可知当 VSC 满足$I_{\mathrm{q0}}=0$条件，基于dq坐标和极坐标系的特征方程等价。然而，考虑 VSC 多象限运行的场景($I_{\mathrm{q0}}\neq0$)，VSC 和电网的阻抗矩阵均存在非对角耦合项，其设备侧和网络侧导纳矩阵均含有非对角元耦合项。

而对于式(4)-(5)所示的序阻抗模型，虽然网络侧正序和负序阻抗间可以实现解耦，但 PLL 的存在导致设备侧正负序阻抗在中低频段仍存在较大的耦合项，如果忽略耦合项可能会导致稳定分析结果错误[11],[22]。此外，当考虑振荡频率较高的稳定问题如线路LC谐振[26]，由图 2 可知Y_{V1}的幅值远大于Y_{V2}和Y_{V3}，此时序阻抗模型设备侧和网络侧导纳矩阵可近似对角解耦，而dq坐标和极坐标阻抗模型中设备侧Y_{V1}的影响不可忽略。

1.3　多种阻抗模型的适用性问题

本文探讨基于dq坐标、序坐标和极坐标阻抗判据在分析 VSC 接入弱网后次/超同步振荡问题时

的适用性。三种阻抗模型可以相互转化且对应的特征值相同（证明详见式(29)），所以在稳定性判别结果上一致。然而，结合 1.2 节的分析，考虑 VSC 多象限运行的场景，三种坐标系下阻抗模型结构存在差异，物理上反映了三种模型的输入输出电气量耦合特性不同，这导致基于模型导出的阻抗判据在稳定机理分析和裕度量化方面存在区别（详见第四章算例），但目前对此尚未有合理的评估方法，导致在具体场景下难以合理选择相适应的阻抗分析方法。

由此引出如下问题：为了对 PLL 高参与度次/超同步振荡问题进行有效分析和控制，阻抗判据不仅应该反映系统是否稳定，也需要准确量化系统的稳定裕度，揭示控制动态对稳定性的影响规律。考虑 VSC 多象限运行场景，基于 *dq* 坐标、序坐标和极坐标的阻抗判据在分析 PLL 与电网的交互作用、量化系统稳定裕度方面的适用性应该如何评估？

接下来分别基于三种阻抗模型导出阻抗判据，从频域控制角度探讨它们的特点和适用性。

2 阻抗判据的特征分析

2.1 典型阻抗判据的回顾

VSC 多象限运行场景下，基于 1.2 节的分析可知 *dq* 阻抗矩阵 *d*、*q* 轴回路相互耦合且不可忽略，目前常见的分析方法有两种：1）对系统的回比矩阵进行相似对角变换，导出基于特征轨迹分解的 GNC 判据[20]。2）保留 *d* 轴或 *q* 轴回路，通过矩阵的舒尔补变换将其余物理量折算消去来构建等效的 SISO 模型并导出阻抗判据[21]。

序坐标系下可以通过修正序阻抗模型分析系统的稳定性[22]，极坐标系下 VSC 多象限运行时阻抗矩阵满足式(14)所示特殊结构，可通过广义阻抗的等价变换降阶特征方程导出广义阻抗判据[12]。

1）GNC 判据

dq 坐标系下基于 GNC 判据分析，首先需要建立系统的回比矩阵为

$$\mathbf{L}_{\text{d-q}} = \mathbf{Y}_{\text{dq_vsc}} / \mathbf{Y}_{\text{dq_net}} \tag{15}$$

通过相似对角变换得到 $\mathbf{L}_{\text{d-q}}$ 的特征函数为

$$\boldsymbol{\Lambda}(s) = \mathbf{H}\mathbf{L}_{\text{d-q}}\mathbf{J} \tag{16}$$

式中：$\boldsymbol{\Lambda}(s)=\text{diag}[\lambda_1(s), \lambda_2(s)]$，$\mathbf{H}$ 和 $\mathbf{J}$ 分别为 $\mathbf{L}_{\text{d-q}}$ 的左右特征向量矩阵。

GNC 判据：若 $\mathbf{L}_{\text{d-q}}$ 存在 p 个右半平面(right half plane, RHP)极点，当其特征轨迹 $\lambda_1(s)$, $\lambda_2(s)$在复平面逆时针包围(-1,*j*0)的总周数为 p 时闭环系统稳定，记作

$$\sum_{\text{i}=1}^{2} enc[\lambda_{\text{i}}, -1] = \text{p} \tag{17}$$

式中，$enc[L,\text{a}]$代表闭合曲线 L 逆时针包围复平面一点 a 的周数。

2）*dq* 坐标阻抗判据

文献[21]通过选择并网电流的 *q* 轴分量得到等效 SISO 系统，并基于 VSC 的 *q* 轴阻抗和等效 *q* 轴电网阻抗的传递函数分析系统稳定性。

当保留系统的 *q* 轴变量，式(3)可以转化为如下特征方程

$$\det\left[Y_{11}^{\text{dq}}\right]\det\left[Y_{22}^{\text{dq}} - Y_{12}^{\text{dq}}\left(Y_{11}^{\text{dq}}\right)^{-1}Y_{21}^{\text{dq}}\right] = 0 \tag{18}$$

当 $Y_{11}^{\text{dq}}\neq0$，式(18)等价于

$$\det\left[Y_{22}^{\text{dq}} - Y_{12}^{\text{dq}}\left(Y_{11}^{\text{dq}}\right)^{-1}Y_{21}^{\text{dq}}\right] = 0 \tag{19}$$

即原系统的稳定问题转化为消去 *d* 轴的输入/输出变量得到等效 *q* 轴阻抗模型的稳定性问题，进而得到如下特征方程

$$Y_{\text{qq}}^{\text{vsc}} + \underbrace{Y_{\text{qq}}^{\text{net}} - Y_{12}^{\text{dq}}\left(Y_{11}^{\text{dq}}\right)^{-1}Y_{21}^{\text{dq}}}_{Y_{\text{qq,m}}} = 0 \tag{20}$$

式中，$Y_{\text{qq}}^{\text{vsc}}$ 和 $Y_{\text{qq}}^{\text{net}}$ 分别为 *q* 轴 VSC 和网络侧的导纳，且满足，$Y_{22}^{\text{dq}}=Y_{\text{qq}}^{\text{vsc}}+Y_{\text{qq}}^{\text{net}}$。

当满足 $\det[\text{Y}_{\text{qq,m}}]\neq0$ 时，得到基于等效 *q* 轴阻抗的稳定判据（*dq* 坐标阻抗判据）

$$1 + L_{\text{q}} = 0 \tag{21}$$

式中：$L_{\text{q}}= Y_{\text{qq}}^{\text{vsc}}[Y_{\text{qq,m}}]^{-1}$,代表 *q* 轴 VSC 阻抗和等效 *q* 轴电网阻抗的阻抗比。

***dq* 坐标阻抗判据：**若 L_{q} 存在 p 个 RHP 极点，则当其频率特性曲线在复平面逆时针包围(-1, *j*0)的周数为 p 时闭环系统稳定，记作

$$enc\left[L_{\text{q}}, -1\right] = \text{p} \tag{22}$$

3）序阻抗判据

基于正负序坐标系的序阻抗模型，可以利用修正序阻抗判据分析系统的稳定性[22]，选择保留正序电压分量 ΔV_{P}，将负序变量 ΔV_{N} 折算消去，可以构建等效的 SISO 模型并导出修正序阻抗判据（负序同理），后文简称为序阻抗判据：

$$1 + L_{\text{P/N}} = 0 \tag{23}$$

式中，$L_{\text{P}}=Y_{\text{Pvsc}}Z_{\text{Pnet}}$, $Y_{\text{Pnet}}=Y_{\text{P}}\text{e}^{-j\varphi}$, $Z_{\text{Pnet}}=[Y_{\text{Pnet}}]^{-1}$, $Y_{\text{Pvsc}}=Y_{\text{V1}}\text{e}^{-j\varphi}+I_0Y_{\text{V2}}+\{[I_0Y_{\text{V2}}+(Y_{\text{V1}}+Y_{\text{N}})\text{e}^{j\varphi}]^{-1}+[I_0Y_{\text{V3}}/2\text{-}I_0Y_{\text{V2}}]^{-1}\}^{-1}$, $L_{\text{N}}=Y_{\text{Nvsc}}Z_{\text{Nnet}}$, $Y_{\text{Nnet}}=Y_{\text{N}}\text{e}^{j\varphi}$, $Z_{\text{Nnet}}=[Y_{\text{Nnet}}]^{-1}$, $Y_{\text{Nvsc}}=Y_{\text{V1}}\text{e}^{j\varphi} + I_0Y_{\text{V2}}+\{[I_0Y_{\text{V2}}+(Y_{\text{V1}}+Y_{\text{P}})\text{e}^{-j\varphi}]^{-1}+[I_0Y_{\text{V3}}/2\text{-}I_0 Y_{\text{V2}}]^{-1}\}^{-1}$。

序阻抗判据：若 L_{P} 存在 p 个 RHP 极点，L_{N} 存在 m 个 RHP 极点，则当 L_{P} 和 L_{N} 均满足奈奎斯特稳定判据，则并网系统稳定。记作

$$\begin{cases} enc\left[L_{\text{P}}, -1\right] = \text{p} \\ enc\left[L_{\text{N}}, -1\right] = \text{m} \end{cases} \tag{24}$$

4）广义阻抗判据

基于极坐标系的广义阻抗模型，可以利用广义

阻抗判据分析稳定性[12]。联立式(9)-(11)，令$[\Delta E, E\Delta\theta_E]^T=[0,0]^T$（认为无穷大电网稳定），并将与功率因数相关的传递函数矩阵 $Y_{V1}\mathbf{P}$ 折算到网络侧，得到如下特征方程

$$\left\{I_0\begin{bmatrix}Y_{V2} & 0\\ 0 & -Y_{V2}+Y_{V3}\end{bmatrix}+\left(Y_{V1}\mathbf{P}+\mathbf{Y}_{G_net}\right)\right\}\begin{bmatrix}\Delta V\\ V\Delta\theta_V\end{bmatrix}=0 \quad (25)$$

选择保留式(25)中的相角变量 $V\Delta\theta_V$，将幅值变量 ΔV 折算消去，可以构建等效的 SISO 模型并导出广义阻抗判据

$$1+L_\theta=0 \quad (26)$$

式中，$L_\theta=Y_{GVSC}Z_{GNET}$，$Y_{GVSC}=I_0(Y_{V3}-Y_{V2})/2$，$Z_{GNET}=[Y_{GNET}]^{-1}$，$Y_{GNET}=-I_0Y_{V2}/2+\{[I_0Y_{V2}+(Y_{V1}+Y_P)e^{-j\varphi}]^{-1}+[I_0Y_{V2}+(Y_{V1}+Y_D)e^{j\varphi}]^{-1}\}^{-1}$

广义阻抗判据：若 L_θ 满足奈奎斯特稳定判据，则并网系统稳定。由于 L_θ 不存在 RHP 极点，当 L_θ 的频率特性曲线不包围(-1,*j*0)时，系统小扰动稳定。记作

$$enc[L_\theta,-1]=0 \quad (27)$$

2.2　阻抗判据的耦合特性分析

1）GNC 判据

由式(28)可以看出基于特征轨迹的 GNC 判据是将原始的 2 维系统解耦为两个虚拟单变量系统。如图 3（a）所示。原系统的动态响应是两个虚拟单变量系统的组合，其加权系数由 $\mathbf{L}_{d\text{-}q}$ 左右特征向量的乘积决定，具体为

$$\mathbf{L}_{d\text{-}q}\left[\mathbf{I}+\mathbf{L}_{d\text{-}q}\right]^{-1}=\mathbf{H}^{-1}\begin{bmatrix}\dfrac{\lambda_1}{1+\lambda_1} & 0\\ 0 & \dfrac{\lambda_2}{1+\lambda_2}\end{bmatrix}\mathbf{J}^{-1} \quad (28)$$

由于不同坐标系可通过线性变换相互转化，因此基于不同阻抗模型求解的特征值相同。以 *dq* 坐标和极坐标阻抗模型为例给出证明如下：

$$\begin{aligned}0&=\det\left[\mathbf{L}_{d\text{-}q}-\lambda_{d\text{-}q}\mathbf{I}\right]\\&=\det\left[\mathbf{P}^{-1}\mathbf{L}_G\mathbf{P}-\mathbf{P}^{-1}\left(\lambda_{d\text{-}q}\mathbf{I}\right)\mathbf{P}\right]\\&=\det\left[\mathbf{P}^{-1}\right]\det\left[\mathbf{L}_G-\lambda_{d\text{-}q}\mathbf{I}\right]\det\left[\mathbf{P}\right] \quad (29)\\&=\det\left[\mathbf{L}_G-\lambda_{d\text{-}q}\mathbf{I}\right]=0\\&\Rightarrow \lambda_G=\lambda_{d\text{-}q}\end{aligned}$$

式中：λ_G 和 $\lambda_{d\text{-}q}$ 分别为极坐标和 *dq* 坐标阻抗矩阵的特征值，$\mathbf{L}_G=\mathbf{Y}_{G_vsc}/\mathbf{Y}_{G_net}$ 为极坐标阻抗回比矩阵。

因此，同一个系统在不同的坐标系下建模，再基于特征轨迹进行稳定分析，结论完全一致。然而，基于特征轨迹的稳定分析方法难以得到直观的特征函数显示表达式，系统参数和稳定性的关系较难刻画，不利于指导参数设计[15]。同时，基于特征轨迹的控制设计需要考虑每支虚拟单变量系统的动态响应，在工程上应用较为复杂[28]。

2）*dq* 坐标阻抗判据

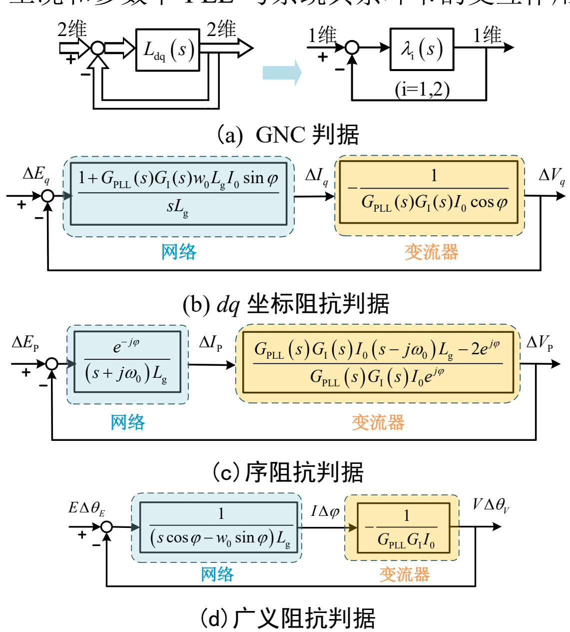
在单位功率因数工况下基于 *dq* 坐标和极坐标系的阻抗模型相同，此时 *dq* 坐标阻抗判据和广义阻抗判据等价。然而考虑 VSC 多象限运行场景（$I_{q0}\neq0$），*dq* 坐标阻抗判据所分析的开环传递函数中 Y_{qq}^{vsc} 和 $Y_{qq,m}$ 均包含 PLL 的动态，为便于说明这种分布对稳定分析的影响，忽略外环和前馈的低通滤波环节动态，*dq* 坐标阻抗判据所分析的等效 SISO 系统如图 3 (b)所示，发现 PLL 的闭环传递函数 $G_{PLL}(s)$ 与电网动态及设备运行的功率因数相互耦合，导致对开环传递函数进行稳定分析时较复杂。

3）序阻抗判据

基于序阻抗的 SISO 系统如图 3 (c)所示，序阻抗模型将 VSC 的负序回路动态通过舒尔补变换折算到正序回路，可以发现在 PLL 参与度较高的中低频段，PLL 的闭环动态仍然难以与电网动态及设备运行的功率因数相互解耦分析。此外，基于序阻抗判据的分析方法需要考虑 *w* 从-∞到+∞变化时的频率特性[26]，从而增加了分析的工作量。

4）广义阻抗判据

基于广义阻抗的 SISO 系统如图 3 (d)所示，广义阻抗判据不含功率因数引起的阻抗耦合项，系统的小扰动稳定问题可表示为 VSC 和网络相角的交互作用。进一步结合式(26)可知，广义阻抗判据所分析的开环传递函数中与 VSC 运行点相关的电气量均可以显式表达，PLL 的全部动态只出现在与功率因数无关的 Y_{GVSC} 中，而 Z_{GNET} 包含了系统其余环节的动态。因此，基于广义阻抗判据可以通过 Y_{GVSC} 和 Z_{GNET} 的伯德(Bode)图来直观的分析不同运行工况和参数下 PLL 与系统其余环节的交互作用。



(a) GNC 判据

(b) *dq* 坐标阻抗判据

(c) 序阻抗判据

(d) 广义阻抗判据

图 3　等效 SISO 系统的数学模型

Fig.3 Diagram of the equivalent SISO system

3 阻抗判据的适用性分析

3.1 阻抗判据的标称性分析

当阻抗判据所分析的开环传递函数 L 存在 RHP 极点时，在稳定性分析和镇定系统时会受到诸多限制，可能难以保证系统的标称性要求[29]。

对广义阻抗所分析的开环传递函数 L_θ，因 VSC 自身是稳定的，则 $L_\theta = Y_{GVSC}Z_{GNET}$ 不存在 RHP 极点等价为 Z_{GNET} 不存在 RHP 极点。

记 $Z_{GNET}=N(s)/D(s)$，原问题转化为 Z_{GNET} 的分母 $D(s)$没有 RHP 零点。考虑到在次/超同步频段内环与前馈滤波的传递函数满足 $G_{VF}(s)\approx 0$，$G_I(s)\approx 1$[25]，故 $D(s)$可以简化为

$$D(s)=2+I_0Y_{v2}\left[e^{j\varphi}\left(s+jw_0\right)+e^{-j\varphi}\left(s-jw_0\right)\right]L_g \quad (30)$$

将 Y_{V2} 具体表达式代入式(30)可以得到

$$D(s)=As^2+Bs+C \quad (31)$$

式中，$A=(I_0L_gK_P\cos\varphi+T_{PQ})$, $B=(1+I_0L_gK_I\cos\varphi+mK_P)$, $C=mK_I$, $m=1-w_0L_gI_0\sin\varphi$，K_P 和 K_I 为外环控制参数。

由静态稳定极限可知$|w_0L_gI_0\sin\varphi|$小于 1，并且在典型参数下$|I_0L_gK_P\cos\varphi|<|T_{PQ}|$恒成立，因此式(31)多项式系数 A,B,C 总为正，根据赫尔维茨判据[30]，式(30)不含 RHP 零点。因此，广义阻抗判据对应的开环传递函数 L_θ 不存在 RHP 极点。

然而，在 PLL 参与度较高的次/超同步振荡频段，如果考虑 VSC 多象限运行，较强的频率耦合作用可能会导致 dq 坐标和序坐标系下构建的开环传递函数 L_q 和 L_P 存在 RHP 极点，不利于系统的稳定分析。通过如下案例说明此问题，其中 f_{PLL}=15Hz (K_{PLLP}=3 rad/s,K_{PLLI}= 9000 rad/s^2)，系统其余参数如附录 B 案例 1 所示。考虑 VSC 四象限运行场景（VSC 的 d 轴、q 轴输出电流分别为 $I_{d0}=\pm0.90$，$I_{q0}=\pm0.44$，系统的主导振荡模式为 s_1），此时 L_q、L_P 和 L_θ 的极点分布和对应的奈奎斯特曲线如图 4 所示，可以发现基于三种阻抗判据所对应的 RHP 极点数目和频率特性曲线均可以准确判断系统的稳定性，但由于 L_q 和 L_P 在 VSC 多象限运行的场景下可能存在 RHP 极点，导致系统稳定裕度难以量化，不利于指导控制设计。

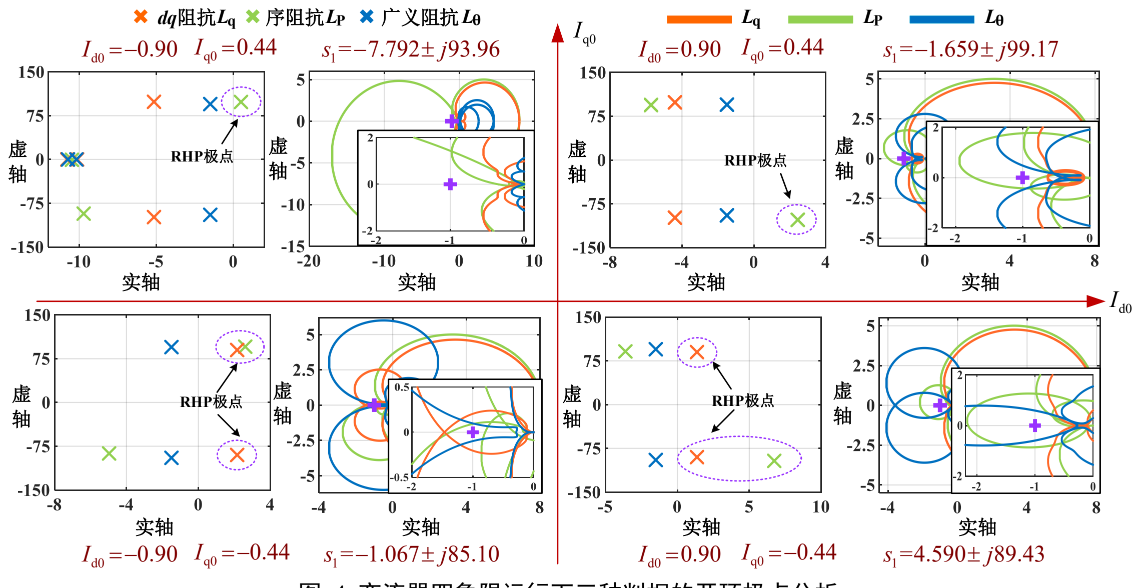


图 4 变流器四象限运行下三种判据的开环极点分析

Fig.4 RHP pole analysis of three impedance criteria considering four quadrant operation of VSC

3.2 阻抗判据的鲁棒性分析

阻抗判据不仅可以判断系统是否稳定，也能通过量化系统稳定裕度来指导控制参数整定。传递函数回路整形是一种常用的控制设计方法，通过校正阻抗判据所分析的开环传递函数 L 的频率特性达到期望的控制目的，为了避免系统稳定裕度在受到不确定性摄动后急剧变化，L 应具备一定的鲁棒性[26]。

系统的稳定裕度可以通过 L 的频率特性曲线与(-1, j0)的最短距离来量化[29]，具体为

$$M_V=1+L(j\omega_1) \quad (32)$$

式中：ω_1 是主导振荡模式 s_1 的频率。

受到扰动 Δ 后系统稳定裕度变化量可表示为

$$\Delta M_V=\left|L(j\omega_1)-L\left(j(\omega_1+\Delta)\right)\right| \quad (33)$$

可以利用在相同扰动下的 ΔM_V 评估开环传递函数的鲁棒性，ΔM_V 更小的传递函数对不确定性摄动的放大作用更小，其鲁棒性更好。为描述开环传递函数对不确定参数的灵敏度，引入环路增益灵敏度指标的模值[27]

$$\left|O_L(s_1)\right|=\left|\frac{L(j\omega_1)}{\left|L(j\omega_1)\right|}\times\frac{L'(s_1)}{\left|L(s_1)\right|}\right|=\left|L'(s_1)\right| \quad (34)$$

式中：$s_1=-\sigma_1+\omega_1$ 表示系统的主导振荡模式；上标“′”代表求导运算；具体参考文献[27].

式(34)可以反映开环传递函数 L 对系统振荡模式的灵敏度，该指标越小，说明 L 的鲁棒性越好，即在考虑不确定性摄动后其稳定裕度的变化越小。

进一步，利用式(34)所提的量化指标评价 L_q、L_P 和 L_θ 的鲁棒性，附录 B 中的案例 1 为一组 PLL 主要参与振荡的系统参数。表 1 是 VSC 在功率四象限输出运行时 L_q、L_P 和 L_θ 的$|O_L(s_1)|$指标值，可以发现 VSC 多象限运行场景下广义阻抗回路的灵敏度最小，所表征的鲁棒性更好。

表 1 新能源四象限运行场景下阻抗判据的鲁棒性分析

Tab. 1 Robustness analysis of different stability criteria

振荡模式 s_1	I_{d0}	I_{q0}	广义阻抗	dq 坐标阻抗	序阻抗
-2.660 ±j85.63	0.90	-0.44	0.111	0.330	0.122
-12.21±94.39i	0.80	0.60	0.177	0.492	0.215
-16.26±90.13i	-0.70	0.71	0.0669	0.295	0.121
-2.737±78.43i	-0.60	-0.80	0.0660	0.312	0.0889

3.3　不同外环控制模式下阻抗判据的适用性分析

研究 PLL 高参与度的振荡模式时，可保留与 PLL 状态强相关的变量而将其余次要变量消去[27]。由于外环动态对该振荡模式的参与程度较小，因此当 VSC 外环采用不同有功/无功控制模式组合时，不同阻抗判据的适用性分析结果与 3.1、3.2 节保持一致。结合如下案例说明该问题，VSC 外环采用定直流电压控制(K_{DCP}=1.2, K_{DCI}=10)，VSC 运行功率因数为 0.9（I_{d0}=0.90，I_{q0}=－0.44），其余参数与 3.1 节案例一致。系统主导特征值为 s_1=3.58± j87.9, 说明系统小扰动不稳定，L_q、L_P 和 L_θ 的极点分布和频率特性曲线如图 5 所示，其中 L_q、L_P 和 L_θ 分别含有 2、1 和 0 个 RHP 极点，所对应的奈奎斯特曲线分别包围(-1，j0)点 0 圈、1 圈和 2 圈，说明三种阻抗判据的稳定性判断结果准确，但由于 L_q 和 L_P 存在 RHP 极点，导致系统的稳定裕度量化困难。

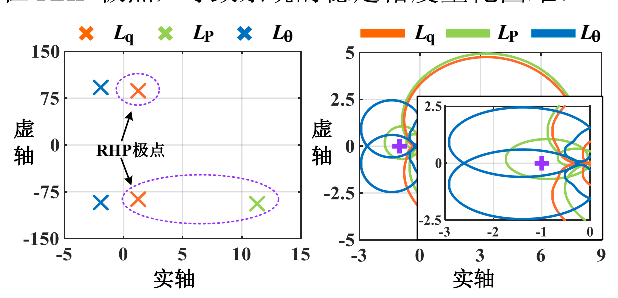


图 5 直流电压外环控制下阻抗判据的开环极点分析

Fig.5 RHP pole analysis considering DC voltage control

进一步采用 3.2 节的案例分析考虑不同外环控制下阻抗判据的鲁棒性，表 2 是 L_q、L_P 和 L_θ 分别在 VSC 四象限运行（I_{d0}=±0.80，I_{q0}=±0.60）时的$|O_L(s_1)|$指标值。可以发现 VSC 多象限运行场景下，广义阻抗回路的灵敏度最小，所表征的鲁棒性更好。

表 2 直流电压外环控制下阻抗判据的鲁棒性分析

Tab. 2 Robustness analysis considering DC voltage control

振荡模式 s_1	I_{d0}	I_{q0}	广义阻抗	dq 坐标阻抗	序阻抗
-1.976 ±j80.59i	0.80	-0.60	0.0922	0.492	0.121
-14.22 ±101.2i	0.80	0.60	0.0736	0.343	0.253
-17.29±95.38i	-0.80	0.60	0.118	0.251	0.294
-5.702±75.75i	-0.80	-0.60	0.0836	0.247	0.207

基于以上分析，VSC 外环采用不同有功/无功控制模式组合，在分析 PLL 高参与度的次超同步振荡时不同阻抗判据的标称性和鲁棒性结论仍然适用。本文侧重于分析由 PLL 与电网强耦合导致的次/超同步振荡问题，限于篇幅原因，不同外环控制模式组合下的具体分析不再详细展开。此外，针对外环和锁相环参与程度较高的多控制环节交织失稳问题，不同阻抗判据的标称性和鲁棒性将在未来的工作中进一步研究。

弱网下 PLL 高参与度的次/超同步振荡问题，可以解释为相角等效阻尼不足导致 VSC 输出电流相角振荡或失去同步，其主导输出变量为电流相角[27]。因此，基于保留电流相角动态构建的广义阻抗可以更好的反映系统的同步失稳机理，在 VSC 多象限运行等复杂场景下可以准确表征系统的稳定裕度。

综上所述，不同的阻抗模型可以相互转化且在稳定性判别上等价。当功率因数为 1 时，广义阻抗和 dq 坐标阻抗判据的标称性和鲁棒性等价。当考虑 VSC 多象限运行场景，广义阻抗判据在分析 PLL 参与度高的次/超同步振荡问题时具有 PLL 动态和系统其余环节动态相互解耦、所分析的开环传递函数不存在 RHP 极点和鲁棒性更好等优点。然而，广义阻抗判据的适用场合也具有局限性。例如，该方法在针对由电容主导的高频振荡和线路 LC 谐振等电气谐振问题时适用性不足，而序阻抗判据在分析这类问题时表现出更好的适用性[25-26]。因此明确广义阻抗判据的适应场合至关重要，VSC 多象限运行场景下不同阻抗判据的特点如表 3 所示。

表 3 变流器多象限运行场景下不同阻抗分析方法对比

Tab.3 Comparison with the different impedance-based method considering multi quadrant operation of VSC

分析方法	广义阻抗分析方法	序阻抗分析方法	dq 阻抗分析方法	
坐标系	全局坐标系对应的极坐标	正负序坐标	全局坐标系	
稳定判据	广义阻抗判据	序阻抗判据	dq 坐标阻抗判据	GNC 判据
	$enc\left[L_\theta(s),-1\right]=0$	$\begin{cases} enc\left[L_P,-1\right]=p \\ enc\left[L_N,-1\right]=m \end{cases}$	$enc\left[L_q(s),-1\right]=p$	$\sum_{i=1}^{2} enc[\lambda_i(s),-1]=p$
振荡物理意义	VSC 和电网相角阻抗谐振	VSC 和电网序电路谐振	VSC 和等效 q 轴电网阻抗谐振	/

解耦条件		在振荡频段可忽略 内环前馈滤波环节动态	在振荡频段可忽略 锁相环和外环动态	单位功率因数 运行工况下可解耦	解析复杂，难以直观表现 系统稳定裕度与参数关系
开环传递 函数性质	标称性	中频段不存在 RHP 极点	中频段可能存在 RHP 极点	VSC 多象限运行场景下 可能存在 RHP 极点	/
	鲁棒性	中频段 鲁棒性较好	高频段 鲁棒性较好	单位功率因数下 中频段鲁棒性较好	/

4 算例分析与验证

4.1 稳定性分析与验证

由于广义阻抗判据能直观描述 VSC 多象限运行场景下 PLL 与系统其余环节的交互作用，所以接下来据此研究此场景下 PLL 动态与系统稳定性的关系。PLL 的闭环传递函数 G_{PLL} 为典型二阶系统[25]，首先讨论不同 PLL 的闭环带宽 f_{PLL} 和阻尼比 ζ 对 VSC 并网系统稳定性的影响。VSC 运行功率因数为 0.8（I_{d0}=0.80，I_{q0}=−0.60），系统参数如附录 B 所示。图 6(a) 给出三种 f_{PLL} 下（ζ 保持 0.1）Y_{GVSC} 和 Y_{GNET} 的 Bode 图，其中 f_{PLL}=15Hz (K_{PLLP}=18 rad/s, K_{PLLI}=8100 rad/s^2); f_{PLL}=20Hz (K_{PLLP}=24 rad/s, K_{PLLI}=14400 rad/s^2); f_{PLL}=25Hz (K_{PLLP}=30 rad/s, K_{PLLI}=22400 rad/s^2)；可以发现 PLL 闭环带宽主要影响 Y_{GVSC} 谐振尖峰的频率，随着 f_{PLL} 增加，Y_{GVSC} 与 Y_{GNET} 的交点频率增加，且相位裕度降低。图 6(b) 给出了不同 ζ 下（f_{PLL} 保持 15Hz）Y_{GVSC} 和 Y_{GNET} 的 Bode 图，其中 ζ=0.1 (K_{PLLP}=18 rad/s, K_{PLLI}=8100 rad/s^2); ζ=0.15 (K_{PLLP}=27 rad/s, K_{PLLI}= 8100 rad/s^2); ζ=0.2 (K_{PLLP}=36 rad/s, K_{PLLI}=8100 rad/s^2); 可以看出 PLL 阻尼比主要影响 Y_{GVSC} 谐振尖峰的峰值，相同 f_{PLL} 下 PLL 的阻尼比越小，谐振尖峰越大。

其次，研究功率因数和电网强度对系统稳定性的影响。图 6(c) 给出了不同功率因数下 Y_{GVSC} 和 Y_{GNET} 的 Bode 图。当功率因数为 1（I_{d0}=1，I_{q0}=0），Y_{GVSC} 和 Y_{GNET} 的频率特性曲线不相交，系统的稳定裕度较大。当功率因数为 0.8（I_{d0}=0.80，I_{q0}=−0.60）和 0.6 时（I_{d0}=0.60，I_{q0}=−0.80），Y_{GVSC} 和 Y_{GNET} 的幅值曲线相交，且相位差分别为 167°和 178°，系统稳定裕度逐渐减小，存在一定的振荡风险。图 6(d) 给出不同电网强度下 Y_{GVSC} 和 Y_{GNET} 的 Bode 图，当线路电感由 0.4pu 增加至 0.67pu 的过程中，随着电网强度下降，系统的稳定裕度减小，失稳风险增加。

假设在 t=1s 时 VSC 端电压受到扰动，在上述参数下 VSC 的输出电压响应曲线如图 7 所示，系统的稳定性与频域分析结果相吻合。以上分析说明不同的参数变化可能会导致弱网下 PLL 与系统其余环节交互作用加剧，在处理 PLL 高参与度的小扰动稳定问题时，利用广义阻抗判据能够使 PLL 动态与其余环节相互解耦，便于直观分析 PLL 与系统的交互作用并揭示失稳机理。

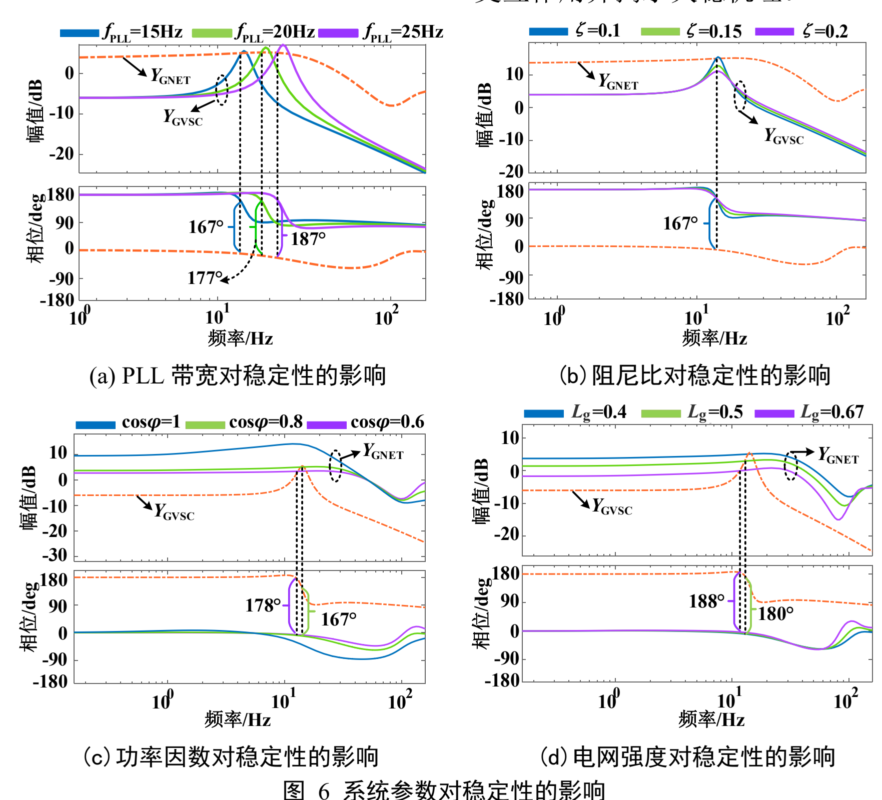


图 6 系统参数对稳定性的影响

Fig.6 Influence of different parameters on stability

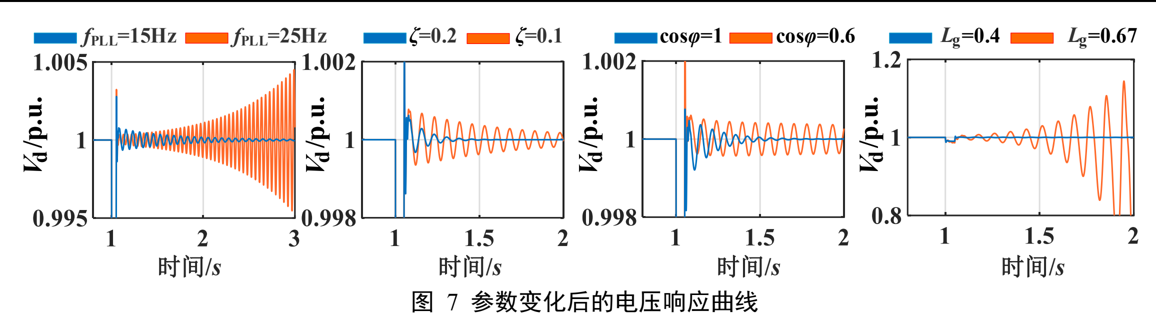


图 7 参数变化后的电压响应曲线

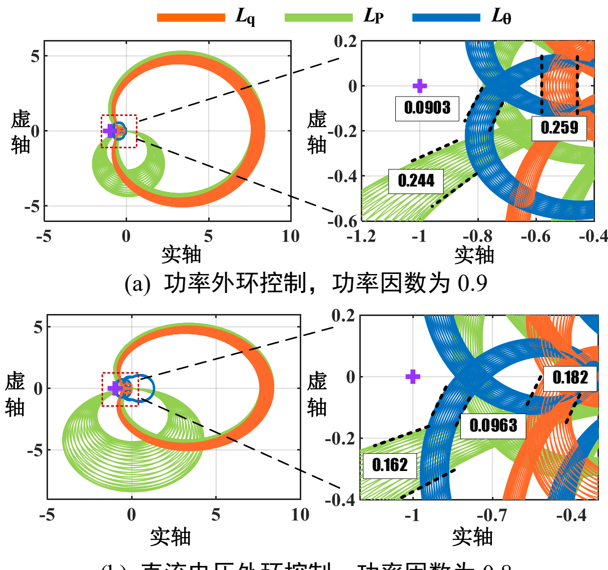
Fig. 7 The voltage responses with various parameters

4.2 鲁棒性分析与验证

在 Matlab/Simulink 中搭建图 1 所示的 VSC 并网系统，参数见附录 B 案例 1。首先利用相同摄动下开环传递函数奈奎斯特曲线的变化验证 3.2、3.3 节的结论。假设线路中的电感具有乘性不确定性，摄动相对大小为 5%，则摄动后的电感导纳大小为

$$L_g = L_g\left(1+\delta e^{j\theta}\right),\quad \theta\in\left[0,360^{\circ}\right] \tag{35}$$

图 8 为线路电感 L_g 遭受相同摄动下三种开环传递函数 L_q、L_P 和 L_θ 的奈奎斯特曲线带，当 VSC 运行功率因数为 0.9（I_{d0}=0.90，I_{q0}=－0.44），其裕度变化量如图 8 (a)所示。进一步，改变外环控制模式为定直流电压控制，VSC 运行功率因数为 0.8（I_{d0}=0.80，I_{q0}=－0.60），其裕度变化量如图 8 (b)所示。上述结果表明，在受到不确定摄动时，广义阻抗判据所分析的开环传递函数 L_θ 在处理 PLL 参与度高的振荡问题时鲁棒性更好。



(a) 功率外环控制，功率因数为 0.9

(b) 直流电压外环控制，功率因数为 0.8

图 8 考虑摄动后的奈奎斯特曲线带

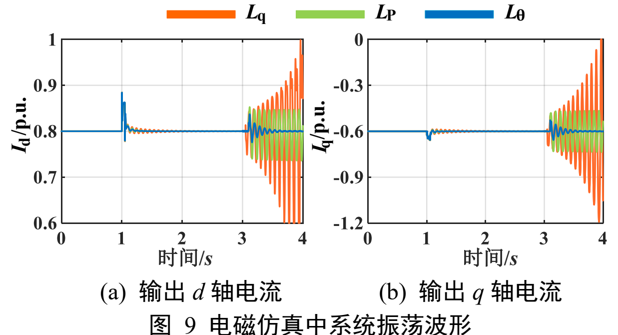
Fig.8 Nyquist curve band under perturbation

接下来，基于三种开环传递函数整定 PLL 参数，说明在相同矢量裕度下 VSC 并网系统的鲁棒性存在差异。设置 VSC 运行功率因数为 0.8（I_{d0}=0.80，I_{q0}=－0.60），其余参数见附录 B 的案例 2，系统的主导振荡模式为 s_1=-1.24±j81.7，其阻尼比为 0.0152，利用 L_q、L_P 和 L_θ 得到的矢量裕度分别为 0.389，0.166 和 0.145。根据控制理论的要求，矢量裕度应该不小于 0.5[29]，可以通过整定 PLL 的参数来提升系统的矢量裕度，如表 4 所示。参数整定后，三种判据对应开环传递函数的矢量裕度均为 0.5，在 t=1s 时，VSC 端电压受到 0.01pu 扰动，VSC 输出的 d 轴和 q 轴电流时域波形如图 9 (a)、(b)所示，可以发现均能够快速收敛，说明三种 PLL 参数下系统均有一定的稳定裕度。在 t=3s 时，线路电感变为 0.55pu，通过对比图 9 中 VSC 输出的电压和电流波形，发现基于广义阻抗判据整定的 VSC 系统鲁棒性更好。

表 4 基于不同阻抗判据的 PLL 参数整定

Tab.4 PLL parameters setting based on different criteria

参数	广义阻抗判据	dq 坐标阻抗判据	序阻抗判据
整定 PLL 参数	27,6900	15,8000	24,7400
整定后 M_V	0.5	0.5	0.5
整定后模式	−8.47±j80.1	-2.27±j86.2	-6.81±j83.0



(a) 输出 d 轴电流　　(b) 输出 q 轴电流

图 9 电磁仿真中系统振荡波形

Fig.9 Waveform in EMT simulation

5 结论

不同阻抗法在判断 VSC 并网系统的稳定性方面等价，但它们的标称性和鲁棒性不同，这导致不同方法在解决相同问题时的效果存在差异。阻抗判据的高鲁棒性有利于 VSC 并网系统的控制环节设计和参数整定，广义阻抗判据在 PLL 参与度高的次/超同步振荡问题中鲁棒性较好，序阻抗判据在内环和线路 LC 参与度高的中高频振荡问题中鲁棒性较好。针对 PLL 主导的次/超同步振荡问题，当功率因数为 1，广义阻抗和 dq 阻抗判据的标称性等价，然而当考虑 VSC 多象限运行场景，不同阻抗判据的标称性存在差异，广义阻抗判据所分析的开环传递函数不含 RHP 极点，dq 阻抗判据和序阻抗判据

则难以避免此问题。

阻抗法本质是一种特殊的频域法，其适应性和稳定机理紧密相关，甚至很多场合下不是最佳的频域方法，故寻找更适合的频域方法以及这些方法与问题的匹配规律是未来需要回答的问题。类似地，上述匹配性的问题在多机系统中也存在，如众多短路比的适应性问题，这也是未来需要开展的工作。

参考文献

[1] F. Blaabjerg, R. Teodorescu, M. Liserre et al. Overview of Control and Grid Synchronization for Distributed Power Generation Systems[J]. IEEE Trans. on Industrial Electron, vol. 53, no. 5, pp. 1398-1409, Oct. 2006.

[2] 康重庆, 姚良忠. 高比例可再生能源电力系统的关键科学问题与理论研究框架[J]. 电力系统自动化,2017,41(09):2-11.
KANG Chongqing， YAO Liangzhong. Key scientific issues and theoretical research framework for power systems with high proportion of renewable energy[J]. *Automation of Electric Power Systems*, 2017,41(9) : 2-11.

[3] 李明节, 于钊, 许涛, 等. 新能源并网系统引发的复杂振荡问题及其对策研究[J]. 电网技术,2017, 41(04):1035-1042.
LI Mingjie, YU Zhao, XU Tao, et al. Study of complex oscillation caused by renewable energy integration and its solution[J].*Power System Technology*, 2017, 41(4) : 1035-1042.

[4] M. Zhao, X. Yuan, J. Hu et al. Voltage Dynamics of Current Control Time-Scale in a VSC-Connected Weak Grid[J]. *IEEE Trans. on Power Systems*, vol.31, no.4, pp. 2925-2937, July 2016.

[5] L. Huang et al. Grid-Synchronization Stability Analysis and Loop Shaping for PLL-Based Power Converters With Different Reactive Power Control[J]. *IEEE Trans. on Smart Grid*, 2020, 11(1): 501-516.

[6] 毕天姝, 孔永乐, 肖仕武, 等. 大规模风电外送中的次同步振荡问题[J]. 电力科学与技术学报,2012,27(01):10-15.
Bi Tianshu, Kong Yongle, Xiao Shiwu, et al. Review of sub-synchronous oscillation with large-scale wind power transmission[J]. *Journal of Electric Power Science and Technology*, 2012,27(01):10-15.

[7] 谢小荣, 刘华坤, 贺静波, 等. 直驱风机风电场与交流电网相互作用引发次同步振荡的机理与特性分析[J]. 中国电机工程学报, 2016,(09):2366-2372.
Xie Xiaorong, Liu Huakun, He Jingbo, et al. Mechanism and Characteristics of Subsynchronous Oscillation Caused by the Interaction Between Full-converter Wind Turbines and AC Systems[J]. *Proceedings of the CSEE*.2016, (09): 2366-2372.

[8] 王旭斌, 杜文娟, 王海风. 弱连接条件下并网 VSC 系统稳定性分析研究综述[J]. 中国电机工程学报,2018,38(6):1593-1604.
WANG Xubin, DU Wenjuan, WANG Haifeng. Stability Analysis of Grid-tied VSC Systems Under Weak Connection Conditions[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2018, 38(6): 1593-1604.

[9] J. Sun. Impedance-based stability criterion for grid-connected inverters [J]. *IEEE Trans. Power Electron*, vol.26, no.11, pp. 3075-3078, 2011.

[10] Wen Bo, Boroyevich D, Burgos R, et al. Small-signal stability analysis of three-phase AC systems in the presence of constant power loads based on measured *d-q* frame impedances[J]. *IEEE Trans. Power Electron*, 2015, 30(10); 5952-5963.

[11] Wen Bo, Boroyevich D, Burgos R, et al. Analysis of D-Q small-signal impedance of grid-tied inverters[J]. *IEEE Trans. on Power Electron*, 2016, 31(1): 675-687.

[12] 辛焕海, 李子恒, 董炜, 等. 三相变流器并网系统的广义阻抗及稳定判据[J]. 中国电机工程学报, 2017,37(05):1277-1293.
XIN Huanhai, LI Ziheng, DONG Wei, et al. Generalized impedance and stability criterion for grid-connected converters [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2017, 37(5): 1277-1293.

[13] Cespedes M, Sun Jian. Impedance modeling and analysis of grid-connected voltage-source converters[J]. *IEEE Trans. Power Electron*, 2014, 29(3): 1254-1261.

[14] Bakhshizadeh M K, Wang Xiongfei, Blaabjerg F, et al. Couplings in phase domain impedance modeling of grid-connected converters[J]. *IEEE Trans. Power Electron*, 2016, 31(10): 6792-6796.

[15] 陈新, 王赟程, 龚春英, 等. 采用阻抗分析方法的并网逆变器稳定性研究综述[J]. 中国电机工程学报,2018,38(07):2082-2094.
CHEN Xin, WANG Yuncheng, GONG Chunying, et al. Overview of stability research for grid-connected inverters based on impedance analysis method[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2018, 38(7): 2082-2094

[16] B. Wen, R. Burgos, D. Boroyevich, et al. AC Stability Analysis and dq Frame Impedance Specifications in Power-Electronics-Based Distributed Power Systems[J]. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electron*, vol. 5, no. 4, pp. 1455-1465, Dec. 2017.

[17] B. Chen, B. Gu, L. Zhang, et al. A Novel Pulse-Width Modulation Method for Reactive Power Generation on a CoolMOS and SiC-Diode-Based Transformerless Inverter[J]. *IEEE Trans. on Industrial Electron*, vol. 63, no. 3, pp. 1539-1548, March 2016.

[18] 贾兆昊,张峰,丁磊.考虑功率四象限输出的配电网储能优化配置策略[J].电力系统自动化,2020,44(02):105-113.
JIA Zhaohao，ZHANG Feng，DING Lei. Optimal allocation strategy of energy storage in distribution network considering power four-quadrant output[J]. *Automation of Electric Power Systems*，2020，44（2）：105-113.

[19] A. G. J. MAcFARLANE & I. POSTLETHWAITE (1977). The generaized Nyquist stability criterion and multivariable root loci, *International Journal of Control*, 25:1, 81-127.

[20] Wang X， Harnefors， Blaabjerg F. Unified impedance model of grid-connected voltage-source converters[J]. *IEEE Trans. Power Electron*, 2018, 33(2): 1775-1787.

[21] X. Li and H. Lin. A Design Method of Phase-Locked Loop for Grid-Connected Converters Considering the Influence of Current Loops in Weak Grid[J]. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electron*, vol. 8, no. 3, pp. 2420-2429, Sept. 2020.

[22] C. Zhang, X. Cai, A. Rygg, et al. Sequence Domain SISO Equivalent Models of a Grid-Tied Voltage Source Converter System for Small-Signal Stability Analysis[J]. *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. 33, no. 2, pp. 741-749, June 2018.

[23] 高家元,涂春鸣,肖凡,等.弱电网下基于 SISO 阻抗模型的 LCL 滤波并网逆变器在不同域下的稳定性差异分析[J].中国电机工程学报,2022,42(18):6777-6789.

[24] L. Xu, H. Xin, L. Huang, et al. Symmetric Admittance Modeling for Stability Analysis of Grid-Connected Converters[J]. *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. 35, no. 1, pp. 434-444, March 2020.

[25] 杨超然, 宫泽旭, 洪敏, 等. 外环动态影响下变流器广义阻抗判据的适用性分析[J]. 中国电机工程学报, 2021,41(09):3012-3024.
YANG Chaoran, GONG Zexu, HONG Min, et al. Applicability analysis of the generalized-impedance stability criterion for converters considering the outer-loop dynamics[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2021, 41(9): 3012-3023.

[26] 杨超然, 辛焕海, 宫泽旭, 等. 变流器并网系统复电路分析与广义阻抗判据适用性探讨[J]. 中国电机工程学报, 2020,40(15):4744-4758.
YANG Chaoran, XIN Huanhai, GONG Zexu, et al. Complex circuit analysis and investigation on applicability of generalized-impedance-based stability criterion for grid-connected converter[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2020, 40(15): 4744-4757.

[27] 宫泽旭, 艾力西尔·亚尔买买提, 辛焕海, 等. 新能源电力系统并网设备小扰动稳定分析(一)：机理模型与稳定判据适用性[J]. 中国电机工程学报,2022,42(12):4405-4419.
GONG Zexu, YAERMAIMAITI Ailixier, XIN Huanhai, et al. Small signal stability analysis of equipment in renewable energy power system (part I): mechanism model and adaptation of stability criterion[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2022, 42(12): 4405-4419.

[28] 高黛陵，吴麒．多变量频率域控制理论[M]．北京：清华大学出版社，1998．
GAO Dailing,WU Qi. Multivariable frequency domain control theory[M]. Beijing:Tsinghua University Press, 1998(in Chinese)

[29] 蒋慰孙，叶银忠．多变量控制系统分析与设计[M]．北京：中国石化出版社，1997．
JIANG Weisun, YE Yinzhong. Analysis and design of multivariable control system[M]. Beijing: China Petrochemical Press, 1997.

[30] Hurwitz A. On the conditions under which an equation has only roots with negative real parts[J]. Selected papers on mathematical trends in control theory, 1964, 65: 273-284.

附录 A

线性化文献[25]中变流器的动态方程式(1)-(9)并转换到以同步转速旋转的电网坐标系可以得到全局 dq 坐标系下的变流器阻抗模型(为表示方便，下文用 dq 表示全局坐标系，电流正方向为流出变流器)

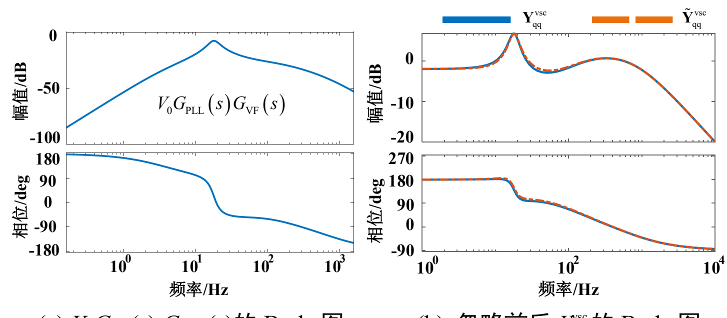
$$\begin{bmatrix}\Delta I_{\mathrm{d}}\\ \Delta I_{\mathrm{q}}\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}\dfrac{G_{\mathrm{VF}}(s)+G_{\mathrm{I}}(s)G_{\mathrm{AP}}(s)I_{\mathrm{d0}}}{1+G_{\mathrm{I}}(s)G_{\mathrm{AP}}(s)V_{0}} & \dfrac{\left(G_{\mathrm{PLL}}(s)+G_{\mathrm{AP}}(s)\right)G_{\mathrm{I}}(s)I_{\mathrm{q0}}}{1+G_{\mathrm{I}}(s)G_{\mathrm{AP}}(s)V_{0}}\\ \dfrac{G_{\mathrm{I}}(s)G_{\mathrm{RP}}(s)I_{\mathrm{q0}}}{1+G_{\mathrm{I}}(s)G_{\mathrm{RP}}(s)V_{0}} & \dfrac{\left(1-V_{0}G_{\mathrm{PLL}}(s)\right)G_{\mathrm{VF}}(s)-\left(G_{\mathrm{PLL}}(s)+G_{\mathrm{RP}}(s)\right)G_{\mathrm{I}}(s)I_{\mathrm{d0}}}{1+G_{\mathrm{I}}(s)G_{\mathrm{RP}}(s)V_{0}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta V_{\mathrm{d}}\\ \Delta V_{\mathrm{q}}\end{bmatrix} \tag{A1}$$

式中各元素表达式及交流电网阻抗模型推导详见文献[25]。

由于在本文所研究的频段内，$V_0G_{\mathrm{PLL}}(s)G_{\mathrm{VF}}(s)$的幅值很小，如图 A1(a)所示，且忽略该元素前后 VSC 阻抗矩阵的 Bode 图基本重合，如图 A1(b)所示。因此，$V_0G_{\mathrm{PLL}}(s)G_{\mathrm{VF}}(s)$可近似忽略，上式可以近似为

$$\begin{bmatrix}\Delta I_{\mathrm{d}}\\ \Delta I_{\mathrm{q}}\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}\dfrac{G_{\mathrm{VF}}(s)+G_{\mathrm{I}}(s)G_{\mathrm{AP}}(s)I_{\mathrm{d0}}}{1+G_{\mathrm{I}}(s)G_{\mathrm{AP}}(s)V_{0}} & \dfrac{\left(G_{\mathrm{PLL}}(s)+G_{\mathrm{AP}}(s)\right)G_{\mathrm{I}}(s)I_{\mathrm{q0}}}{1+G_{\mathrm{I}}(s)G_{\mathrm{AP}}(s)V_{0}}\\ \dfrac{G_{\mathrm{I}}(s)G_{\mathrm{RP}}(s)I_{\mathrm{q0}}}{1+G_{\mathrm{I}}(s)G_{\mathrm{RP}}(s)V_{0}} & \dfrac{G_{\mathrm{VF}}(s)-\left(G_{\mathrm{PLL}}(s)+G_{\mathrm{RP}}(s)\right)G_{\mathrm{I}}(s)I_{\mathrm{d0}}}{1+G_{\mathrm{I}}(s)G_{\mathrm{RP}}(s)V_{0}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta V_{\mathrm{d}}\\ \Delta V_{\mathrm{q}}\end{bmatrix} \tag{A2}$$

式中：I_{d0}, I_{q0} 分别对应 d 轴，q 轴电流量的稳态值，在单位功率因数下 I_{d0}=1.0 pu, I_{q0}=0 pu。



(a) $V_0G_{\mathrm{VF}}(s)\,G_{\mathrm{PLL}}(s)$的 Bode 图　　(b) 忽略前后 Y_{qq}^{vsc} 的 Bode 图

图 A1 VSC q 轴传递函数 Bode 图

Fig. A1 Bode diagram of the VSC q-axis transfer function

附录 B

表 B1　变流器并网系统参数

Tab.B1　Parameters of the grid-connected converter

参数	数值	
	案例 1	案例 2
系统容量基值 S_b/ kVA	1500	1500
直流电压基值 U_{bdc}/ V	1100	1100
直流电容 C_{dc}/ pu	0.038	0.038
滤波电感电容 L_f, C_f/ pu	0.05,0.05	0.05,0.05
电流环 PI	0.8,18	0.6,8
电压前馈 T_{FF}	0.001	0.002
功率外环	2,30	2,30
锁相环 PI	18,8100	12,7200
线路电感 L_{grid}/ pu	0.4	0.3

注：本文参考文献[27]的案例参数

收稿日期：

作者简介：

艾力西尔·亚尔买买提

艾力西尔·亚尔买买提(1996)，男，硕士研究生，研究方向为新能源电力系统稳定性分析和控制，alxr@zju.edu.cn；

*通信作者：辛焕海(1981)，男，教授，博士生导师，主要研究方向为新能源电力系统稳定性分析与控制，xinhh@zju.edu.cn。

Impedance Analysis Method of Oscillation Issues in Converter Caused by Phase-locked loop：Nominal Performance and Robustness

YAERMAIMAITI Ailixier[1], XIN Huanhai[1*]， GONG Zexu[1], MA Fuyilong[1], YUAN Hui[1]

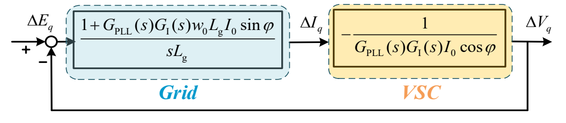
(1. College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, Zhejiang Province, China)

KEY WORDS: impedance-based stability criterion; renewable energy; power factor; robustness; nominal performance;

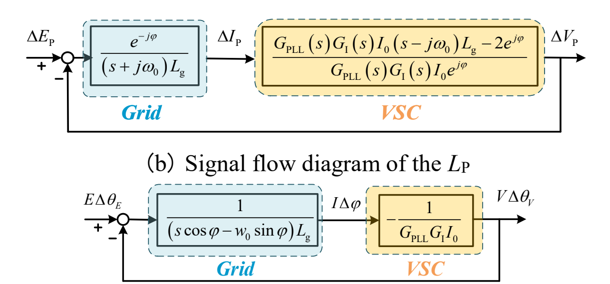
There are many impedance-based methods to analyze the oscillation of grid-connected converter system (GCS) via *dq* frame, sequence frame and polar frame, which can be transformed into each other and are equivalent in judging the stability of the system. However, the discrepancy and adaptation of these methods has not been discussed theoretically. In this paper, several impedance criteria of GCS were compared in terms of adaptation for analyzing the sub-synchronous oscillation(SSO) caused by the phase-locked loop (PLL), and the existence of open-loop transfer function(OLTF) right half plane(RHP) poles and its sensitivity to uncertain parameters are analyzed from the nominal performance and robustness aspects of the impedance criteria.

A common method is to eliminate some variables via mathematical transformation. Then the complex multi-input multi-output(MIMO) system is reduced to an equivalent single-input single-output(SISO) system. Based on this, the stability analysis and control design could be carried out using methods such as Nyquist stability criterion. To effectively guide the control design, the OLTF should satisfy the nominal performance and robustness：(1) without RHP poles. (2) the stability margin won't have completely different result with uncertainty perturbations.

The signal flow diagram of the equivalent SISO system based on impedance model in *dq* frame, sequence frame and polar frame when the outer loop and the voltage feedforward filter dynamics were ignored is shown in Fig.1, which shows that the part dynamics of the PLL are difficult to separate from the network dynamics or power factor in L_q(*dq* frame) and L_P(sequence frame), as depicted in Fig.1(a) and (b). This structural feature may lead to the existence of RHP poles and sensitivity to uncertain parameters in OLTF. In contrast, It can be seen that the PLL closed-form expression are cascaded with the the rest of the OLTF in L_θ(polar frame), as shown in Fig.1(c).



(a) Signal flow diagram of the L_q

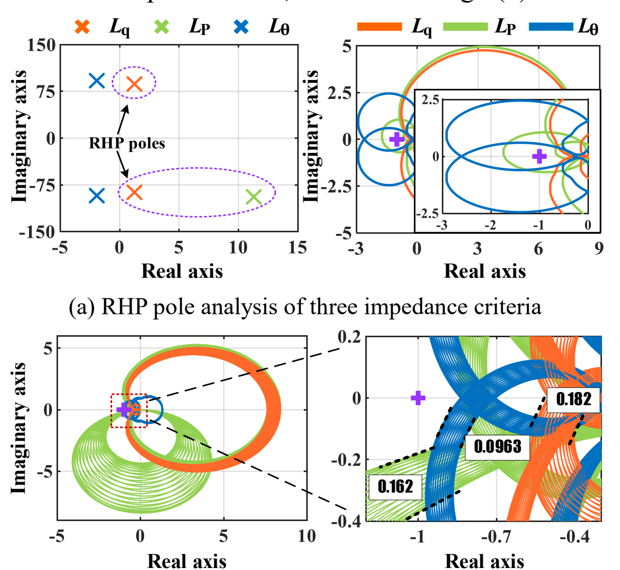


(b) Signal flow diagram of the L_P

(c) Signal flow diagram of the L_θ

Fig.1 Diagram of the equivalent SISO system

Further, the nominal performance and robustness of different impedance criteria is analyzed in the case of the SSO caused by the PLL considering converter four quadrant operation scenario. In nominal performance, it is found that the stability of the system can be accurately judged based on the information of RHP poles and Nyquist curves corresponding to the three impedance criteria, as shown in Fig.2(a). However, L_q and L_P may have RHP poles in terms of this oscillation issue, which makes it difficult to quantify the system stability margin. In robustness, it is found that the sensitivity of the L_θ is smaller than L_q and L_P by comparing Nyquist curve band of open loop transfer function under the same perturbation, as shown in Fig.2(b).



(a) RHP pole analysis of three impedance criteria

(b) Nyquist curve band under perturbation

Fig.2 the nominal performance and robustness analysis of the impedance criteria.